Prof. Dr. Alfred Toth

Darstellung des Zeichenmodells als Artinscher Zopf

1. Dies ist die Klasse topologischer Objekte, die Artin betrachtet:

„Im Raum sei ein Rechteck mit Gegenseiten g_1, g_2 bzw. h_1, h_2 (der „Rahmen" von Z) vorgelegt. Auf jeder der beiden Seiten g_1 und g_2 seien n Punkte $A_1 A_2 \dots A_n$ bzw. $B_1 B_2 \dots B_n$ gegeben, wobei der Sinn der Numerierung von h_1 nach h_2 laufe. Jedem Punkte A_i sei eindeutig ein Punkt B_{r_i} zugeordnet, mit dem er durch eine doppelpunktfreie Raumkurve μ_i verbunden ist, die keine andere Kurve μ_k schneidet." (Artin 1925, § 2.)

Damit stellt sich die generelle Frage zur Verwendbarkeit von Zöpfen und allgemein von Knoten als Objekte der algebraischen Geometrie bzw. Topologie für die Semiotik. Diese Frage gehört in den weiteren Zusammenhang der allgemeinen Zeichengrammatik (vgl. Toth 2007). Konkret gefragt: Können Zeichen so zusammenhängen, dass sich die Kanten ihrer Modelle nicht einfach schneiden, sondern Unter- bzw. Überführungen zueinander bilden? Es gibt also die beiden folgenden grundsätzlichen Möglichkeiten:

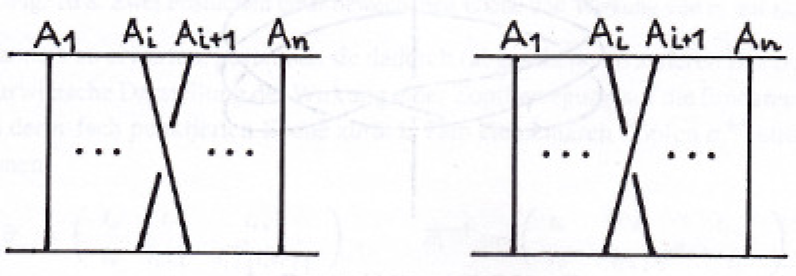
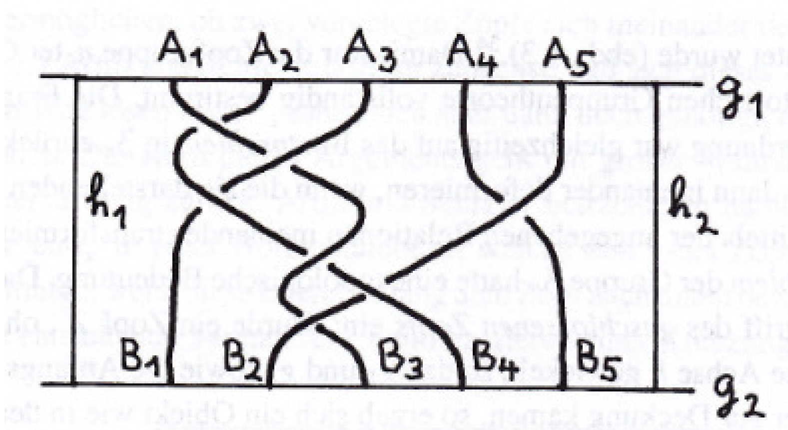


Fig. 10.6: Die Zöpfe σ_i und σ_i^{-1}

Wie man erkennt, gehört also die Frage nach der Anwendung der Knotentheorie zum Thema der bisher immer nur ansatzweise behandelten 3-dimensionalen Semiotik.

2. Als erstes und sehr einfaches Beispiel nehmen wir die folgende Darstellung eines Artinschen Zopfes aus Epple (1999, S. 315):

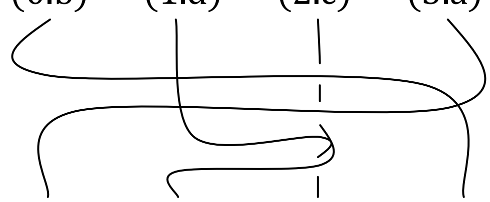
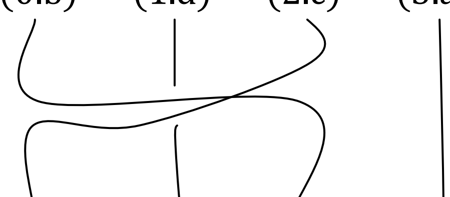


Wir gehen nun statt von der Peirceschen Zeichenklasse von dem in Toth (2011) eingeführten dyadisch-tetravalenten Zeichenmodell aus:

ZR = ((3.a) (0.b)), ((2.c), (1.d))

aus und identifizieren jede der zwei Seiten der Basisdyade mit g_1 bzw. g_2. Dann gibt es nebem den durch ZR ausgedrückten 0-Knoten z.B. folgende beide Möglichkeiten:

--- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---   --- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---

--- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---   --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) --- (0.b) ---

Wir haben in diesen beiden willkürlich ausgewählten semiotischen Zöpfen somit drei unterscheidbare Typen von Abbildungen bzw. Semiosen:

1. (3.a) ---------> (0.b)

2. (1.d) -- ⋰⋱--> (2.c)

3. (2.c) -- ⋱⋰--> (1.d)

Vom knotentheoretischen Standpunkt kann somit jeder Morphismus in den drei obigen Gestalten auftreten, d.h. als 2-dimensionale (1.), als 3-dimensional-überführende (2.) sowie als 3-dimensional-unterführende Abbildung. Von besonderem Interesse ist, dabei diese 3 knotentheoretischen

Abbildungen nicht für die obigen Fälle Dom = Cod gilt, sondern selbst dann, wenn identische Abbildungen (Automorphismen) vorliegen:

$$(a.a)\left\{\begin{array}{c} \text{--------->} \\ \text{-- }\cdot\!\!\therefore\!\!\ddots\text{.-->} \\ \text{-- }\ddots\!.\!\!\cdot^{\cdot}\text{-->} \end{array}\right\}\ (a.a.) \qquad (a \in \{0, 1, 2, 3\})$$

Bibliographie

Epple, Moritz, Die Entstehung der Knotentheorie. Braunschweig 1999

17.5.2011